

A dinâmica da hiperinflação*

The dynamics of hyperinflation

FERNANDO DE HOLANDA BARBOSA**

WALDYR MUNIZ OLIVA***

ELVIA MUREB SALLUM****

RESUMO: Um modelo de hiperinflação é desenvolvido onde os mercados monetário e de mercadorias desaparecem instantaneamente, as expectativas são racionais e há inércia no sistema de preços devido a mecanismos de indexação de salários. O modelo é descrito por um sistema não linear de equações diferenciais e o teorema da bifurcação de Hopf, considerando o déficit público como parâmetro, é usado para estudar as propriedades dinâmicas do sistema. A dinâmica do modelo é capaz de gerar processos de hiperinflação, bem como outros caminhos que são comumente observados em países com alta inflação.

PALAVRAS-CHAVE: Hiperinflação; emissão de moeda.

ABSTRACT: A hyperinflation model is developed where the money and goods markets clear instantaneously, expectations are rational and there is inertia in the price system due to wage indexation mechanisms. The model is described by a nonlinear system of differential equations and Hopf bifurcation theorem, regarding the public deficit as a parameter, is used to study the dynamic properties of the system. The dynamics of the model is capable of generating hyperinflation processes, as well as other paths that are commonly observed in high inflation countries.

KEYWORDS: Hyperinflation; money supply.

JEL Classification: E31; E37.

* Os autores agradecem ao aluno Marcelo Messias, do programa de mestrado de Matemática Aplicada do IME/USP, pelas simulações numéricas que desenvolveu.

** Da Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas – FGV e do Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Federal Fluminense – UFF, Rio de Janeiro/RJ, Brasil.

*** Do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo – IME-USP, São Paulo/SP, Brasil.

**** Do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo – IME-USP, São Paulo/SP, Brasil.

1. INTRODUÇÃO

Os modelos típicos que procuram explicar os processos hiperinflacionários contêm três ingredientes básicos: (i) a decisão de alocação de portfólio por parte dos agentes econômicos, com a especificação de uma equação de demanda de moeda em que a taxa de inflação esperada é um argumento fundamental; (ii) um mecanismo que descreva a formação de expectativas; e (iii) uma equação que represente o financiamento do déficit do governo através de emissão de moeda. Cagan (1956) levou em consideração os dois primeiros ingredientes, mas considerou a moeda como exógena, enquanto Kalecki (1962) formulou um modelo de hiperinflação que continha os três ingredientes. A literatura econômica recente segue esse arcabouço teórico e tem várias contribuições que analisam as propriedades dos modelos de hiperinflação.

Evans e Yarrow (1981) e Buiter (1987), entre outros, mostram que modelos em que as expectativas sejam racionais são incapazes de produzir processos hiperinflacionários, embora sejam capazes de gerar processos hiper deflacionários. Kiguel (1989), partindo da hipótese de que os preços e salários não são completamente flexíveis, para captar esse fato introduziu no modelo a suposição de que o mercado monetário não se ajusta instantaneamente, mas sim de acordo com um mecanismo de ajustamento parcial. Com essa hipótese adicional, o modelo com expectativas racionais é capaz de gerar processos hiperinflacionários para alguns valores dos parâmetros estruturais do modelo.

A hipótese de ajustamento parcial no mercado monetário introduzida por Kiguel é interessante, do ponto de vista analítico, porque é responsável pela possibilidade de gerar hiperinflação no modelo. Mas é pouco plausível em países que tiveram experiência hiperinflacionária, pois os custos de transação para fugir de moeda tornaram-se bastante pequenos com o surgimento de substitutos próximos de moeda. Em alguns países da América Latina, como o Brasil, o sistema financeiro tornou-se extremamente sofisticado, e a maioria das transações financeiras pode se fazer por telefone, sem qualquer custo adicional.

A justificativa para a introdução do ajustamento parcial no mercado monetário – a existência de certa inércia no sistema de preços – não deve, entretanto, ser descartada, pois tem sido reconhecida até por políticas populistas em países com longa tradição inflacionária. Cavallo (1983) cita a seguinte afirmação, feita pelo ex-presidente Perón, da Argentina:

“Until now, prices have gone up on the elevator, and wages have had to use stairs. From now on, I decree that prices should go up via the stairs or wages should use the elevator, too; but it isn't fair to discriminate” (Cavallo 1983, p. 318).

O modelo de hiperinflação que se apresentará neste trabalho supõe que os salários não se ajustam instantaneamente para os níveis desejados, em virtude da existência de contratos e de mecanismos de indexação defasada, embora os agentes tenham expectativas racionais. Usando a linguagem de Perón, o modelo supõe que os salários correm atrás dos preços em virtude de mecanismos existentes no funcionamento do mercado de mão-de-obra.

A economia será descrita aqui por um sistema de duas equações diferenciais. Uma, que traduz em linguagem matemática a hipótese de que o governo financia seu déficit através da emissão de moeda. A outra equação diferencial procura representar, através da taxa de inflação, do nível de encaixe real e de um vetor de parâmetros, o comportamento dos diversos mercados na economia. A especificação desta segunda certamente depende da teoria que se julgue adequada para descrever o comportamento de economia. Todavia acreditamos que o arcabouço analítico que apresentaremos no trabalho – a análise de um sistema não linear de equações diferenciais – é bastante robusto para ser empregado em qualquer tipo de especificação, caso se deseje compreender a dinâmica da hiperinflação. Utilizaremos o teorema de bifurcação de Hopf, tratando o déficit público como um parâmetro para estudar as propriedades dinâmicas do sistema. A bifurcação de Hopf ocorre quando a parte real dos autovalores complexos do jacobiano do sistema de equações diferenciais num equilíbrio se torna igual a zero, para um determinado valor de um parâmetro do modelo. Nessas circunstâncias, surgem órbitas periódicas (ciclos limites) em torno do ponto de equilíbrio do sistema. A dinâmica do modelo é capaz de gerar processos inflacionários e exhibe outras trajetórias comumente observadas em países de longa tradição inflacionária.

O trabalho está organizado do seguinte modo: a seção 2 contém uma breve análise dos modelos previamente usados na literatura para explicar a hiperinflação. A seção 3 apresenta um modelo que acrescenta uma curva IS e uma curva de Phillips ao modelo tradicional de hiperinflação, que contém uma curva LM e a equação de financiamento do déficit do governo. Os mercados monetário e de bens e serviços se ajustam instantaneamente, e as expectativas são racionais no sentido de previsão perfeita porque as variáveis não são estocásticas. Nesse modelo, supõe-se que os salários não se ajustam instantaneamente para os níveis desejados pelos trabalhadores. A existência de contratos salariais justapostos e de mecanismos de indexação é a hipótese subjacente na especificação. Obviamente, nos processos inflacionários crônicos, os prazos dos contratos trabalhistas e os intervalos de indexação diminuem com a aceleração da inflação. A variação dos parâmetros que representam os períodos médios dos contratos ou da indexação pode acarretar mudanças importantes na dinâmica do processo inflacionário, como se verá adiante. A seção 4 utiliza o arcabouço teórico da 3 para analisar a dinâmica da taxa de inflação que se seguiu a tentativas fracassadas de combate à inflação em programas de estabilização no Brasil, denominados heterodoxos. A seção 5 resume as conclusões do trabalho e contém algumas recomendações de política econômica para programas de estabilização.

2. HIPERINFLAÇÃO: EXPECTATIVA ADAPTATIVA X AJUSTAMENTO PARCIAL

Admita-se que a quantidade demandada de moeda é dada por uma função do tipo Cagan (1956):

$$\ln m^d = -\alpha \pi^e, \quad \alpha > 0 \quad (1)$$

onde $\ln = M/P$ é a quantidade real de moeda e π^e é a taxa de inflação esperada. O mercado monetário ajusta-se de acordo com o seguinte mecanismo de ajustamento parcial:

$$\frac{\dot{m}}{m} = \lambda (\ln m^d - \ln m), \quad \lambda > 0 \quad (2)$$

onde λ é o coeficiente de ajustamento, e a notação \dot{m} representa a derivada de m com relação ao tempo ($\dot{m} = dm/dt$). Quando o valor de λ cresce, a velocidade de ajustamento aumenta, e no caso limite, quando $\lambda \rightarrow \infty$, o mercado monetário ajusta-se instantaneamente, pois a quantidade desejada é então igual à efetiva ($m^d = m$).

A taxa de inflação esperada segue o mecanismo de expectativa adaptativa. Isto é:

$$\dot{\pi}^e = \theta (\pi - \pi^e), \quad \theta > 0 \quad (3)$$

Quando $\theta \rightarrow \infty$, tem-se previsão perfeita, pois $\pi^e =$ taxa de inflação π .

Admita-se que o déficit público real f é constante e financiado completamente pela emissão de moeda:

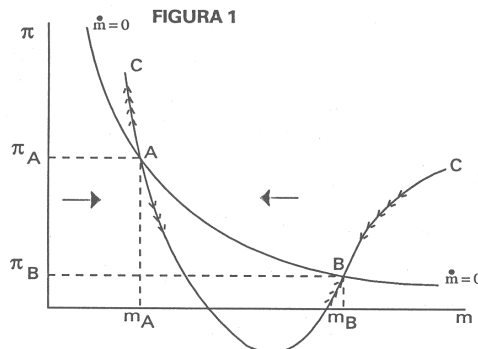
$$f = \frac{G - T}{P} = \frac{\dot{M}}{P} \quad (4)$$

onde G é o total de gastos do governo, T é o total da receita tributária e P é o índice de preços.

A equação (4) pode ser escrita de maneira diferente, derivando ambos os membros da identidade $m = M/P$ com relação ao tempo e substituindo M/P por f . O resultado é:

$$\dot{m} = f - m \pi \quad (5)$$

A Figura 1 mostra um diagrama de fases desta equação: quando $\dot{m} = 0$, $f = m\pi$; se $\dot{m} > 0$, $f > m\pi$ e quando $\dot{m} < 0$, tem-se que $f < m\pi$. As setas horizontais na Figura 1 indicam a direção do movimento de m quando em desequilíbrio.

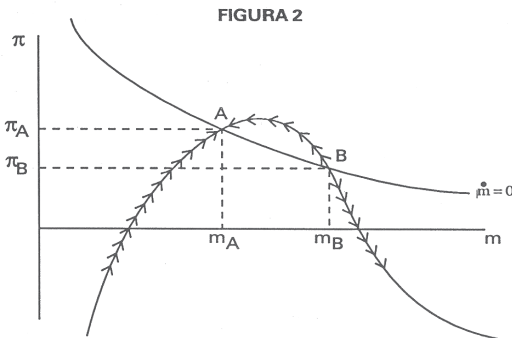


Analísaremos o modelo formado pelas equações (1), (2), (3) e (4) em dois casos particulares: para $\lambda \rightarrow \infty$ (expectativa adaptativa e ajustamento instantâneo no mercado monetário) e para $\theta \rightarrow \infty$ (previsão perfeita e ajustamento parcial no mercado monetário). O modelo pode então se reduzir a duas equações nas variáveis π e m . A primeira é a equação (5) e a segunda é dada por:

$$\pi = \frac{1}{1 - \phi\alpha} \left(\frac{f + \phi \ln m}{m} \right) \tag{6}$$

Quando $\phi = \lambda$, tem-se o caso de previsão perfeita ($\theta \rightarrow \infty$) e, se $\phi = 0$, o modelo segue a hipótese de expectativa adaptativa ($\lambda \rightarrow \infty$). A curva CC da Figura 1 representa a equação (6) quando $1 - \phi\alpha > 0$, e admite-se que ela intercepta a curva $m = 0$ em dois pontos. O ponto B de inflação baixa é estável, e o ponto A de inflação elevada é instável. A hipótese de que $\phi\alpha < 1$ é, portanto, capaz de gerar um processo hiperinflacionário em que a taxa de inflação aumenta indefinidamente ($\lim_{t \rightarrow \infty} \pi = \infty$).

A Figura 2 mostra o equilíbrio e a dinâmica do modelo quando $\phi\alpha > 1$. O ponto A de inflação elevada corresponde a um equilíbrio estável, e o ponto B de inflação baixa é instável. A hipótese de que $\phi\alpha > 1$ é capaz de gerar uma trajetória de hiperdeflação ($\lim_{t \rightarrow \infty} \pi = -\infty$).



3. HIPERINFLAÇÃO E AJUSTAMENTO PARCIAL DOS SALÁRIOS

Esta seção apresenta um modelo de hiperinflação em que os salários não se ajustam instantaneamente para os níveis desejados, as expectativas dos agentes econômicos são racionais (previsão perfeita, pois o modelo não é estocástico), e os mercados monetário e de bens e serviços ajustam-se instantaneamente.

3.1 Especificação do modelo

A taxa de inflação (π) é igual à taxa de crescimento dos salários (ω), pois se admite que o *mark-up* e a produtividade da mão-de-obra são constantes. Isto é:

$$\pi = \omega \quad (7)$$

A taxa desejada de crescimento dos salários (ω^d) é dada pela seguinte curva de Phillips:

$$\omega^d = \pi^e + \delta h, \quad \delta > 0 \quad (8)$$

onde h é o hiato do produto.

Um fato bastante comum observado em países sujeitos a processos hiperinflacionários é que os salários não se ajustam instantaneamente com relação à taxa desejada pelos trabalhadores, em virtude de contratos e de mecanismos de indexação baseados na inflação passada. Para representar esse fato estilizado, admitiremos que a aceleração dos salários seja proporcional à diferença entre a taxa desejada e a taxa efetiva de crescimento dos salários:

$$\dot{\omega} = \psi (\omega^d - \omega), \quad \psi > 0 \quad (9)$$

Combinando as equações (7), (8) e (9), obtém-se a seguinte equação para a aceleração da inflação:

$$\dot{\pi} = \psi (\pi^e + \delta h - \pi) \quad (10)$$

A equação de demanda agregada, obtida a partir das curvas IS e LM, pode ser escrita como:

$$h = -a + b \ln m + c \pi^e \quad (11)$$

onde a , b e c são parâmetros positivos.

Admitindo previsão perfeita, $\pi^e = \pi$, as equações (10) e (11) podem ser combinadas, obtendo-se

$$\dot{\pi} = -k + \beta \ln m + \gamma \pi \quad (12)$$

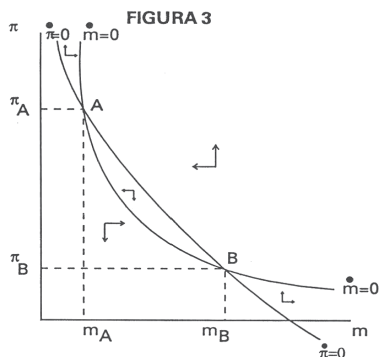
onde $k = \psi \delta a$, $\beta = \psi \delta b$ e $\gamma = \psi \delta c$.

Completa-se o modelo desta seção com a equação (5) do financiamento do déficit do governo. As duas equações diferenciais do modelo são, então, dadas por:

$$\dot{m} = f - m \pi \quad (5a)$$

$$\dot{\pi} = -k + \beta \ln m + \gamma \pi \quad (12a)$$

A Figura 3 mostra um primeiro esboço do diagrama de fases do modelo, supondo-se novamente que existam duas taxas de inflação de equilíbrio estacionário: o ponto A, de taxa elevada, e o ponto B, de taxa baixa.



3.2 Estudo local dos pontos de equilíbrio

Fazendo-se $\dot{m}=0$ e $\dot{\pi}=0$ nas equações (5a) e (12a), obtêm-se os valores de equilíbrio de m através da solução da seguinte equação:

$$g(m) = \beta \ln m + \frac{\gamma f}{m} = k$$

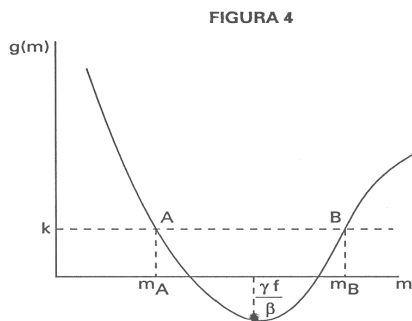
A Figura 4 contém o gráfico da função $g(m)$ supondo-se que existam dois valores de equilíbrio. A condição necessária e suficiente para que isso ocorra é que se obedeça à seguinte desigualdade:

$$k > \beta \left(1 + \ln \frac{\gamma f}{\beta}\right)$$

pois $\beta \left(1 + \ln \frac{\gamma f}{\beta}\right) = g\left(\frac{\gamma f}{\beta}\right)$ é o valor do mínimo da função $g(m)$, já que $g'\left(\frac{\gamma f}{\beta}\right) = 0$

e $g''\left(\frac{\gamma f}{\beta}\right) > 0$. Nesse caso, tem-se:

$$m_A < \frac{\gamma f}{\beta} < m_B$$



O jacobiano do sistema de equações diferenciais num ponto qualquer $(\bar{m}, \bar{\pi})$ é dado por:

$$J = \begin{bmatrix} -\bar{\pi} & -\bar{m} \\ \frac{\beta}{\bar{m}} & \gamma \end{bmatrix}$$

O determinante e o traço desta matriz são iguais a:

$$\begin{aligned} |J| &= \beta - \gamma \bar{\pi} \\ \text{tr } J &= \gamma - \bar{\pi} \end{aligned}$$

As raízes características da matriz J se obtêm pela resolução da equação $|J - \lambda I| = 0$, onde I é a matriz identidade. As raízes são dadas por:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\gamma - \bar{\pi}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\gamma - \bar{\pi})^2 - 4(\beta - \bar{\pi} \gamma)} \\ \lambda &= \frac{\text{tr } J}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Delta} \end{aligned}$$

onde Δ é igual a:

$$\Delta = (\gamma - \bar{\pi})^2 - 4(\beta - \bar{\pi} \gamma)$$

O ponto de equilíbrio A é uma sela. Com efeito, como $m_A < \gamma f / \beta$, segue-se que $\beta - \pi_A \gamma = \beta - f \gamma / m_A < 0$. Logo $|J_A| < 0$, e o produto das raízes características é negativo, donde as raízes são reais e de sinais contrários.

No ponto de equilíbrio B, o determinante da matriz J é positivo ($|J_B| > 0$), pois $m_B > \gamma f / \beta$ e, portanto, $\beta - \gamma \pi_B = \beta - \gamma f / m_B > 0$. No ponto B, as raízes características da matriz J_B poderão ser reais ou complexas, dependendo dos valores dos parâmetros f , k , β e γ . No caso de raízes reais distintas, elas terão o mesmo sinal. A estabilidade local do ponto B. dependerá do sinal do traço $(\gamma - \pi_B)$ da matriz J_B . Assim, se $\gamma - \pi_B > 0$, B é uma fonte, enquanto se $\gamma - \pi_B < 0$, B é um poço. No caso de raízes imaginárias puras, teremos $\gamma - \pi_B = 0$, o que não pode ocorrer no caso das raízes reais.

Resumindo, no ponto B tem-se, sempre, $|J_B| > 0$. As raízes características serão reais se

$$\Delta = (\gamma + \pi_B)^2 - 4\beta \geq 0$$

e complexas quando

$$\Delta = (\gamma + \pi_B)^2 - 4\beta < 0$$

3.3 As órbitas periódicas: a bifurcação de Hopf

A seguir faremos um estudo das bifurcações que surgem quando se fixam os

parâmetros estruturais da economia (k, γ, β) e se faz variar o parâmetro f , que representa o déficit público.

É fácil verificar, com auxílio da Figura 3, que a taxa de inflação de equilíbrio no ponto B aumenta quando o déficit público aumenta. Tomaremos então $\pi_B(f)$ como variável na análise que se segue, e esta função tem as seguintes propriedades:

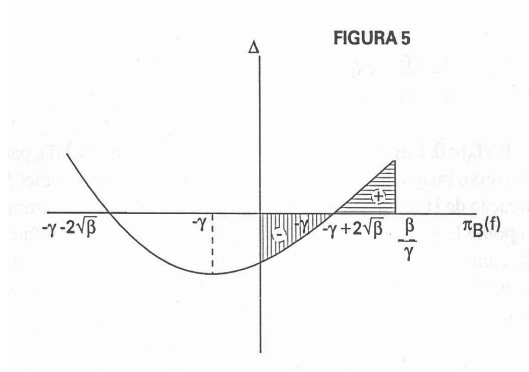
$$0 < \pi_B(f) < \frac{\beta}{\gamma}, \quad \pi'_B(f) > 0$$

Analisemos o trinômio,

$$\Delta = (\gamma + \pi_B(f))^2 - 4\beta,$$

que está representado na Figura 5, com Δ no eixo vertical e $\pi_B(f)$ no eixo horizontal. É fácil verificar que $\Delta = 0$, se e somente se

$$\pi_B(f) = -\gamma \pm 2\sqrt{\beta}$$



Suponha-se inicialmente que $-\gamma + 2\sqrt{\beta} \leq 0$, que é equivalente à seguinte desigualdade: $4\beta \leq \gamma^2$. Nesse caso, $\Delta > 0$ e as raízes características são reais e positivas, pois $0 < \pi_B(f) < \beta/\gamma$ e $\text{tr } J_B = \gamma - \pi_B > \gamma - \beta/\gamma = (\gamma^2 - \beta)/\gamma > 0$. Como as raízes são reais e o traço é positivo, o ponto B nessas circunstâncias ($4\beta \leq \gamma^2$) é uma fonte real.

Admita-se a seguir que $-\gamma + 2\sqrt{\beta} > 0$ ou $4\beta > \gamma^2$. Nesse caso, as raízes características poderão ser reais ou complexas, pois se tem sempre $-\gamma + 2\sqrt{\beta} \leq \beta/\gamma$ ou, equivalentemente, $(\gamma - \sqrt{\beta})^2 \geq 0$.

Então teremos raízes características reais positivas quando $-\gamma + 2\sqrt{\beta} \leq \pi_B(f) < \beta/\gamma$ e raízes características complexas se $0 < \pi_B(f) < -\gamma + 2\sqrt{\beta}$.

Se existir um valor f_0 do déficit público, para o qual o traço da matriz J no ponto B se anula, as raízes características serão necessariamente complexas e teremos $\gamma = \pi_B(f_0)$. Logo, $0 < \gamma - \gamma + 2\sqrt{\beta}$ que implica $\gamma^2 < \beta$. Portanto, se o traço se anular, tem-se necessariamente que $\gamma^2 < \beta$. Reciprocamente, se $\gamma^2 < \beta$, existe um

único valor $f=f_0$ que anula o traço, sendo tal que $\Delta < 0$, e as raízes características são complexas.¹

Antes de completar a análise da situação em que $\gamma^2 < \beta$, estudemos o caso em que as seguintes desigualdades sejam satisfeitas:

$$\beta < \gamma^2 < 4\beta \quad \text{e} \quad 0 < \pi_B(f) < -\gamma + 2\sqrt{\beta}.$$

As raízes características são complexas e o traço da matriz J_B é positivo; logo, o ponto B é uma fonte complexa.

Voltemos à hipótese $\gamma^2 < \beta$. Nessa situação ocorrem bifurcações de Hopf, que acarretam a existência de órbitas periódicas de atração. A parte real das raízes características, que é a metade do traço, vale:

$$R(\lambda) = R(f) = \frac{1}{2} (\gamma - \pi_B(f)),$$

e portanto:

$$R'(f) = \frac{dR(f)}{df} = -\frac{1}{2} \frac{df}{df} < 0$$

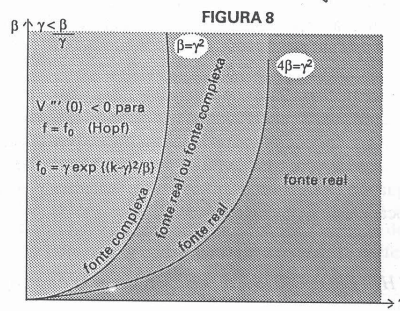
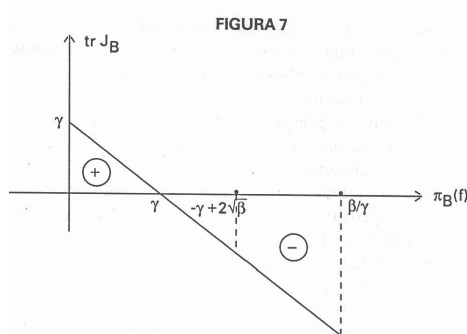
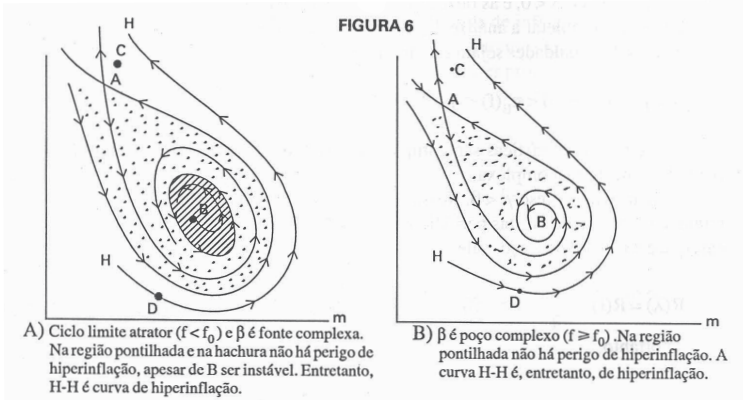
Em particular $R'(f_0) < 0$. Logo, as curvas das raízes características, $\lambda(f)$, parametrizadas por f , cortam o eixo imaginário transversalmente, que é uma das condições para a existência da bifurcação de Hopf que ocorre para $f=f_0$. Para determinar as propriedades de estabilidade do ponto B para $f=f_0$ e das órbitas periódicas, a teoria da bifurcação de Hopf requer que se compute a derivada terceira $V'''(0)$ de uma função V (v. Marsden e McCracken (1976), p. 65 e seguintes) e se examine o sinal dessa derivada. Como, no presente caso, a derivada $V'''(0)$ é negativa (v. “Apêndice”), o ponto B para $f > f_0$ é atrator e as órbitas periódicas locais (uma única para cada valor de f próximo de f_0 , $f < f_0$) são atratoras. Concluindo, o ponto B de taxa de inflação baixa é repulsor para $f < f_0$, a órbita periódica que envolve esse ponto é atratora, e tal ciclo limite surge para cada valor do déficit público f próximo e menor que o valor f_0 para o qual ocorre a bifurcação de Hopf². A Figura 6 mostra algumas possibilidades da dinâmica da economia para f próximo de f_0 . A Figura 6-A supõe que para o déficit público $f < f_0$ ocorre um único ciclo limite, enquanto, na Figura 6-B, f é maior ou igual a f_0 . Em ambos os casos, a trajetória HH é uma trajetória de hiperinflação, mas há uma região sem hiperinflação.

A Figura 8 apresenta um resumo gráfico, no plano (α, β) , do que já se concluiu anteriormente com relação ao ponto B. A situação completa em que se tem $\gamma^2 < \beta$ é facilmente compreensível comparando o gráfico da Figura 5 com a linearidade do

¹ Se $\gamma^2 < \beta$, segue-se que $0 < \gamma < -\gamma + 2\sqrt{\beta}$ e, se $\pi_B(f_0) = \gamma$, $\Delta < 0$. Logo, quando $\gamma^2 < \beta$, existe $f=f_0$, tal que $\text{tr } J_B = 0$ e as raízes características são complexas. O valor de f_0 obtém-se facilmente levando em conta que $\pi_B(f_0) = \gamma = f_0 m_B$. Portanto, $f_0 = \gamma \exp\{(k - \gamma^2)/\beta\}$, onde a notação indica o número e (base dos logaritmos naturais) elevado ao valor entre colchetes.

² No Apêndice demonstra-se que $V'''(0) < 0$. Do ponto de vista teórico é possível que existam várias órbitas periódicas para um mesmo valor de f . Todavia, algumas simulações feitas foram capazes de mostrar a existência de apenas uma única órbita periódica.

traço $J_B = \gamma - \pi_B(f)$ (v. Figura 7). Se $0 < \pi_B(f) < \gamma$; $\Delta < 0$ e $\text{tr } J_B > 0$ (B é fonte complexa). Há uma órbita periódica envolvendo B, para f próximo de f_0 . Se $\pi_B(f) = \gamma$; $\Delta < 0$ e $\text{tr } J_B = 0$ (bifurcação de Hopf), $f = f_0$ (B é ~o complexo). Se $\gamma < \pi_B(f) < \gamma + 2\sqrt{\beta}$ $\Delta < 0$ e $\text{tr } J_B < 0$ (B é poço complexo). Se $-\gamma + 2\sqrt{\beta} < \pi_B(f) < \beta/\gamma$; $\Delta > 0$ e $\text{tr } J_B < 0$ (B é poço real).



A Figura 8 mostra também que a dinâmica da economia depende da região onde se localizam os parâmetros β e γ . As diversas regiões dessa figura podem se caracterizar pelos parâmetros β/γ e γ que torna mais simples a análise do efeito do prazo médio de ajuste dos salários sobre a dinâmica da economia. Com efeito, a razão β/γ independe do parâmetro ψ , pois $\beta/\gamma = b/c$, e b e c são parâmetros da equa-

ção da demanda agregada. O valor de γ , por sua vez, é igual a $\psi\delta c$, e o tempo médio de ajuste dos salários é igual ao inverso de ψ . Logo, quanto mais rápido o ajuste, maior o valor de γ . Portanto, quando γ aumenta porque ψ aumentou, a economia tende a se localizar fora da melhor região de estabilidade global ($\gamma < \beta/\gamma$), que é a região em que ocorre a bifurcação de Hopf e que não apresenta trajetórias de hiperdeflação (v. “Apêndice”).

O modelo apresentado e analisado até aqui é capaz de explicar alguns fatos observados em economias com longa tradição inflacionária, como é o caso da brasileira e de outras economias latino-americanas, que têm usado de maneira sistemática a emissão de moeda para financiar as despesas do governo. Enumeram-se a seguir as principais conclusões de nossa análise:

(i) O modelo mostra que a hiperinflação não ocorre somente quando o déficit público ultrapassa o nível que seria incompatível com o seu financiamento pela expansão monetária. A economia pode entrar num processo hiperinflacionário mesmo que exista um ponto de equilíbrio estacionário para a taxa de inflação, consistente com um déficit público financiado pela emissão de moeda.

(ii) A dinâmica de uma economia que usa de maneira permanente a emissão de moeda para financiar o déficit público é bastante complexa e instável em sua estrutura. Essa característica explica por que os países que adotam o regime em que a política monetária seja determinada pela política fiscal acabam por introduzir mecanismos de controle de preços e salários. Esses controles têm como objetivo não deixar que a economia entre em trajetórias inflacionárias explosivas.

(iii) A liberação de preços e salários numa economia com déficit público financiado sistematicamente por moeda pode eventualmente levar a trajetórias hiperinflacionárias. A pré-condição para a liberação de preços e salários é desvincular a política monetária fiscal, mudando o regime das políticas monetária e fiscal.

(iv) Numa economia com déficit público financiado por moeda, o fato de a inflação se situar num determinado patamar pode levar alguns analistas a interpretá-la como um fenômeno de autorreprodução – no jargão dos heterodoxos, de inflação inercial – e, para eliminá-la, recomendar um choque por meio do congelamento de preços e salários. O modelo mostra que, nessas circunstâncias, um choque na economia pode levá-la a uma trajetória hiperinflacionária.

(v) O prazo médio de ajuste dos salários, que depende dos mecanismos de indexação, embora não afete os pontos de equilíbrio estacionário do sistema, é importante na determinação da dinâmica da economia. Quando os salários se ajustam rapidamente, a possibilidade de a economia entrar numa trajetória hiperinflacionária é maior. Por outro lado, quando os salários se ajustam mais lentamente, a economia pode eventualmente localizar-se numa região estável.

4. OS PROGRAMAS HETERODOXOS E A DINÂMICA DA INFLAÇÃO NO BRASIL

O governo brasileiro tem usado sistematicamente o imposto inflacionário como fonte de financiamento de suas despesas, como mostra a Tabela 1.

Esse fato estilizado indica que o arcabouço teórico desenvolvido nas seções precedentes é um instrumento adequado para entender o comportamento da inflação no Brasil. A taxa de inflação de equilíbrio nesses modelos depende do déficit público financiado por moeda (o parâmetro f da curva $r1=0$) e de todos os parâmetros que afetam a curva $1t=0$, que resulta da combinação das curvas IS, LM e de Phillips. A dinâmica da inflação depende da relação entre os parâmetros estruturais do modelo.

Os três primeiros programas heterodoxos de combate à inflação, os planos Cruzado, Bresser e Verão, tiveram três características básicas: (i) controle de preços e salários, com redução brusca da taxa de inflação durante alguns meses; (ii) aumento da quantidade real de moeda, através de políticas monetárias expansionistas; e (iii) inexistência de ajuste fiscal que eliminasse o financiamento do déficit do governo por emissão de moeda. O plano Collor I divergiu desses três programas em apenas dois pontos. Em primeiro lugar, pela drástica redução inicial da quantidade de moeda e, em segundo, pelo ajuste fiscal permanente que representou o calote parcial da dívida pública federal. Todavia, algum tempo depois, a política monetária passou a ser expansionista e, no último trimestre de 1990, o Banco Central já tinha perdido o controle da política monetária, pois todas as metas programadas para 1990 deixaram de se cumprir.

Tabela 1: Imposto inflacionário no Brasil: 1960/1987

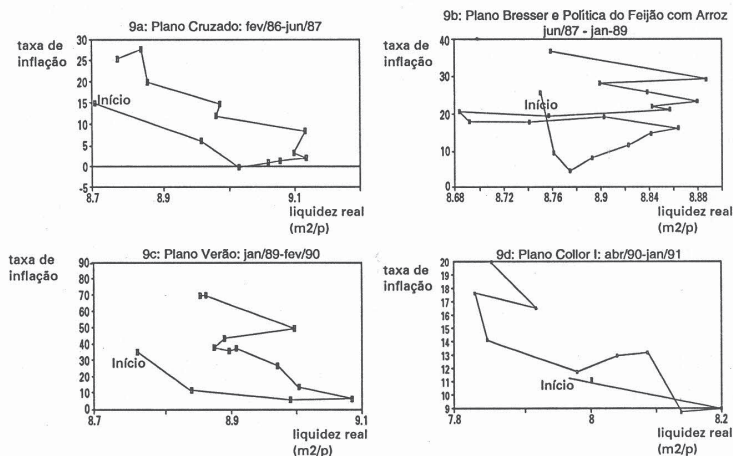
Ano	Imposto Inflacionário (% PIB)	Ano	Imposto Inflacionário (% PIB)
1960	2,34	1974	1,91
1961	3,54	1975	1,43
1962	3,76	1976	1,87
1963	5,04	1977	1,70
1964	5,23	1978	1,79
1965	2,50	1979	2,82
1966	2,74	1980	3,04
1967	1,85	1981	2,25
1968	1,85	1982	2,20
1969	1,44	1983	2,97
1970	1,33	1984	2,23
1971	1,26	1985	2, 11
1972	1,01	1986	1,17
1973	0,95	1987	3,53

Fonte: Cysne (1989)

Com o objetivo de mostrar que o processo hiperinflacionário brasileiro nos Planos Cruzado, Bresser, Verão e Collor I tiveram a mesma dinâmica, a Figura 9 mostra quatro gráficos que correspondem a esses planos e em cujo eixo vertical a inflação é medida pelo Índice Geral de Preços da Fundação Getúlio Vargas e, no eixo horizontal, tem-se a quantidade real de moeda, no conceito M2 (=papel moeda em poder do público + depósitos à vista + títulos federais em poder do público). O padrão dos gráficos não se altera quando se mede a inflação por outros índices ou quando se preferem outros conceitos de moeda (Base Monetária, M1, M3 ou M4).

Admitindo que a economia brasileira estava antes do início de cada um desses programas de estabilização numa trajetória de hiperinflação, os choques heterodoxos retiraram momentaneamente a economia do ponto C da Figura 6 e a colocaram no ponto D.

Figura 9



Em virtude da não-eliminação do financiamento do governo por moeda, a dinâmica do modelo colocou a economia na trajetória HH, em que a inflação inicialmente caiu, mas gradualmente retornou a uma trajetória hiperinflacionária.

A Figura 9-A cobre o período de fevereiro de 1986 a junho de 1987, do início do Plano Cruzado até o começo do novo plano de estabilização. A inflação baixou e a quantidade real de moeda aumentou nos primeiros meses. Logo depois a inflação voltou a subir e a quantidade real de moeda começou a decrescer, numa trajetória explosiva.

A Figura 9-B cobre o período de junho de 1987 a janeiro de 1989 e abrange o Plano Bresser e a política gradualista posta em prática pelo ministro Mailson da Nóbrega em 1988, que ficou conhecida como a “política do feijão com arroz”. No primeiro semestre de 1988, essa política tentou estabilizar a taxa de inflação num patamar próximo dos 20% ao mês, mas a tentativa fracassou, e no segundo semestre de 1988, a inflação retornou à trajetória hiperinflacionária.

A Figura 9-C cobre o período de janeiro de 1989 até fevereiro de 1990, do início

do Plano Verão até o final do governo Sarney. A inflação novamente caiu nos primeiros meses do plano, para logo em seguida retomar à trajetória hiperinflacionária.

A Figura 9-D cobre o período de abril de 1990 até janeiro de 1991, um mês depois do início do plano Collor I até seu término, A dinâmica do processo hiperinflacionário é a mesma dos outros planos: a inflação inicialmente cai e a quantidade real de moeda aumenta, para, logo em seguida, retornar sua trajetória explosiva.

A experiência dos quatro planos de estabilização sugere que o ponto de inflação baixa deva ser um ponto globalmente instável e que o regime de política monetária-fiscal em que o governo se financia através de emissão de moeda conduziu a uma dinâmica explosiva do processo inflacionário brasileiro.

5. CONCLUSÃO

Os processos hiperinflacionários foram interrompidos e a inflação eliminada quando se fez um ajuste fiscal permanente para corrigir o déficit público, ao mesmo tempo que se proibia o Banco Central de financiar o governo, como bem demonstram os trabalhos de Yeager (1981), Sargent (1982) e Sachs (1987), sobre várias experiências hiperinflacionárias na Europa e na América Latina. As hiperinflações acabam e a inflação é eliminada, portanto, quando se muda o regime das políticas monetária e fiscal, ou seja, quando reformas institucionais introduzidas na economia permitem eliminar do modelo a equação que traduz o financiamento do déficit do governo, total ou parcial, por emissão de moeda.

Alguns programas de estabilização tiveram sucesso em reduzir a taxa de inflação de um patamar elevado para um patamar baixo, como foi o caso do programa de estabilização do governo Castello Branco – para uma análise desse programa, v. Barbosa, Brandão e Faro (1991) –, ou mesmo interromper um processo hiperinflacionário, como ocorreu em Israel em 1985 – v. Bruno (1989)–, estabilizando-se a inflação num patamar baixo. Nesses programas, um ingrediente fundamental foi a redução do imposto inflacionário através de um ajuste fiscal permanente, sem, contudo, eliminá-lo.

O problema com a segunda estratégia consiste em que a dinâmica de uma economia que utiliza sistematicamente o imposto inflacionário, mesmo que em doses homeopáticas, pode ser extremamente perversa; e mudanças repentinas na estrutura da economia podem levar a inflação a uma trajetória explosiva. A conclusão a que se chega é que a única maneira de garantir o sucesso permanente de um programa de estabilização em países com elevadas taxas de inflação é a eliminação pura e simples do imposto inflacionário.

APÊNDICE

As equações diferenciais do modelo considerado no trabalho são:

$$\dot{m} = f - m \pi \tag{5a}$$

$$\dot{\pi} = -k + \beta \ln m + \gamma \pi \tag{12a}$$

em que k, β e γ são constantes positivas supostas fixas, f é um parâmetro positivo e (m, π) são as funções incógnitas. Como já vimos no corpo do trabalho, para que haja dois equilíbrios é necessário e suficiente que se tenha $k > \beta (1 + \ln \gamma / \gamma)$

Neste apêndice, estaremos fundamentalmente interessados na situação em que existem dois equilíbrios e adicionalmente se verifique a condição $\gamma^2 < \beta$. Nessas hipóteses ocorrem dois fatos fundamentais, que se abordarão aqui com algum detalhe: a bifurcação de Hopf e a inexistência de trajetórias hiperdeflacionárias.

Bifurcação de Hopf

A bifurcação de Hopf ocorre para o valor $f=f_0$ do déficit público dado por $f_0 = \gamma \exp \{ (k-\gamma^2)/\beta \}$ e, como já vimos, as raízes características da matriz J_B para $f=f_0$ são complexas, com parte real nula ($R(f_0) = 1/2 (\gamma - \pi_B(f_0)) = 0$) e com a derivada $R'(f_0) < 0$, isto é, as curvas das raízes características $\lambda(f)$ cortam o eixo imaginário transversalmente para $f=f_0$.

Façamos a seguir a translação de eixos

$$\begin{cases} m = x + m_B \\ \pi = y + \pi_B \end{cases}$$

em que (m_B, π_B) são coordenadas cartesianas (m, π) do ponto de equilíbrio B. Nas novas coordenadas (x,y) , o ponto B é a origem e o sistema das equações diferenciais (5a) e (12a) se reduz, para $f=f_0$, a:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\gamma x - \frac{f_0}{\gamma} y - xy \end{cases} \tag{5b}$$

$$\begin{cases} \dot{y} = \beta \ln \left(1 + \frac{\gamma x}{f_0} \right) + \gamma y \end{cases} \tag{12b}$$

A matriz jacobiana na origem é:

$$J_0 = \begin{bmatrix} -\gamma & -f_0/\gamma \\ \beta f_0/\gamma & \gamma \end{bmatrix} \quad \text{com raízes características } \lambda = \pm i \sqrt{\beta - \gamma^2}$$

Seguindo de perto o livro *The Hopf Bifurcation and its Applications*, de J.E. Marsden e M.Mc Cracken, considere-se uma mudança linear de coordenadas para a qual a matriz jacobiana passa a ser

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{\beta - \gamma^2} \\ -\sqrt{\beta - \gamma^2} & 0 \end{bmatrix}$$

Se (a,b) são as novas coordenadas, as fórmulas de mudança de coordenadas são:

$$\begin{cases} x = a + \frac{\gamma b}{\sqrt{\beta - \gamma^2}} \\ y = b - (\beta \gamma / f_0) \sqrt{\beta - \gamma^2} \end{cases}$$

e o sistema de equações diferenciais transforma-se em:

$$\begin{cases} \dot{a} = -xy - \gamma x - \frac{f_0}{\gamma} y + \frac{f_0}{\beta} \left[\beta \ln \left(1 + \frac{\gamma x}{f_0} \right) + \gamma y \right] = \hat{X}_1(a,b) \\ \dot{b} = \frac{-f_0}{\beta \gamma} \sqrt{\beta - \gamma^2} \left[\beta \ln \left(1 + \frac{\gamma x}{f_0} \right) + \gamma y \right] = \hat{X}_2(a,b) \end{cases}$$

Usaremos, a seguir, para constatar a bifurcação de Hopf, a fórmula, para a derivada $V''(0)$, da página 126 da obra citada. Na notação dessa fórmula, teremos:

$$\frac{\partial^2 \hat{X}_1}{\partial a^2}(0,0) = \frac{\gamma^2}{f_0}$$

$$\frac{\partial^3 \hat{X}_1}{\partial a^3}(0,0) = \frac{2\gamma^3}{f_0^2}$$

$$\frac{\partial^2 \hat{X}_2}{\partial a^2}(0,0) = \frac{\gamma}{f_0} \sqrt{\beta - \gamma^2}$$

$$\frac{\partial^2 \hat{X}_1}{\partial b^2}(0,0) = \frac{2\beta\gamma^2 - \gamma^4}{f_0(\beta - \gamma^2)}$$

$$\frac{\partial^2 \hat{X}_2}{\partial b^2}(0,0) = \frac{\gamma^3}{\sqrt{\beta - \gamma^2}}$$

$$\frac{\partial^2 \hat{X}_1}{\partial a \partial b}(0,0) = \frac{\beta\gamma - \gamma^3}{f_0 \sqrt{\beta - \gamma^2}}$$

$$\frac{\partial^2 \hat{X}_2}{\partial a \partial b}(0,0) = \frac{\gamma^2}{f_0}$$

$$\frac{\partial^3 \hat{X}_1}{\partial a^3}(0,0) = \frac{2\gamma^3}{f_0^2}$$

$$\frac{\partial^3 \hat{X}_1}{\partial a \partial b^2}(0,0) = \frac{2\gamma^5}{f_0^2(\beta - \gamma^2)}$$

$$\frac{\partial^3 \hat{X}_2}{\partial a^2 \partial b}(0,0) = \frac{-2\gamma^2}{f_0}$$

$$\frac{\partial^3 \hat{X}_2}{\partial b^3}(0,0) = \frac{2\gamma^5}{f_0^2(\beta - \gamma^2)}$$

Efetuada os cálculos obtém-se:

$$V'''(0) = \frac{3\pi}{4|\lambda(0)|^2} \left[\frac{\gamma^3(\beta-\gamma^2) + 2\gamma^5(\beta-\gamma^2) - 2\beta^2\gamma^3 + \gamma^7}{f_0^2(\beta-\gamma^2)\sqrt{\beta-\gamma^2}} \right] \text{ ou}$$

$$V'''(0) = \frac{3\pi}{4|\lambda(0)|^2} (-\beta^2\gamma^3) < 0$$

Nesse caso, o ponto B, que é a origem (a,b)=(0,0), denomina-se foco composto ou *vague attractor*.

A esta altura estamos em condições de aplicar o Teorema 3.1 da página 65 da obra citada, definindo o parâmetro μ com sendo o traço $\mu = \gamma - \pi_B(f)$. Tal teorema é uma das versões do teorema da bifurcação de Hopf e descreve o comportamento da dinâmica do sistema nas vizinhanças do ponto B, isto é, para f próximo de f_0 .

Inexistência de trajetórias hiperdeflacionárias para $\gamma^2 < \beta$

Efetuada-se a mudança de coordenadas $X = 1/nm$ e $Y = \pi$, o sistema de equações diferenciais (5a), (12a) transforma-se em

$$(*) \begin{cases} \dot{X} = f e^{-X} - Y \\ \dot{Y} = -k + \beta X + \gamma Y \end{cases}$$

em que se assume, de uma vez por todas, que $\gamma^2 < \beta$

Na região $X > 0$ (isto é, abaixo do gráfico de $Y = fe^{-X}$), toda trajetória correspondente a uma solução do sistema (*) define, no plano (X,Y) uma curva dada pelo gráfico de uma função $Y = Y(X)$, tal que

$$Y' = \frac{dY}{dX} = \frac{-k + \beta X + \gamma Y}{fe^{-X} - Y}$$

A reta $Y = 0$ é o gráfico da função $Y(X) = k - \beta X / \gamma$ e a derivada $Y - \bar{Y}$ vale $(Y - \bar{Y})'$

$$= \frac{-k + \beta X + \gamma Y}{fe^{-X} - Y} + \frac{\beta}{\gamma}$$

Como $r < \beta$, pode-se concluir que se tem $(Y - \bar{Y})' > 0$ se, e somente se, $Y < \varphi(X)$ onde

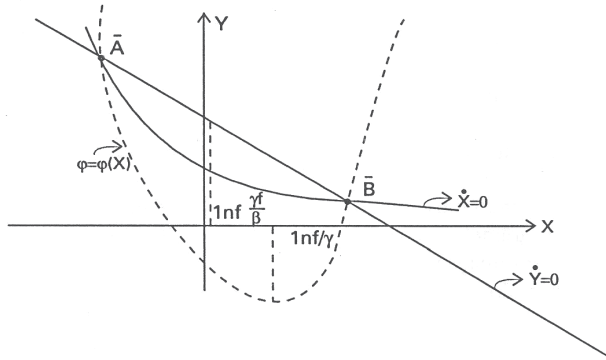
$$\varphi(X) = \frac{\beta}{\beta - \gamma^2} \left[fe^{-X} - \frac{\gamma^2}{\beta} \cdot \frac{(k - \beta X)}{\gamma} \right]$$

Essa curva $\varphi(X)$ atinge um núnimo absoluto para $X = \ln f/\gamma$ já que $\varphi'(X) = \frac{\beta}{\beta - \gamma^2} [\gamma$

$$fe^{-X}] + \varphi''(X) = \frac{\beta}{\beta - \gamma^2} (fe^{-X})$$

\bar{A} e \bar{B} do sistema (*).

GRÁFICO 1



Logo, na região $X > 0$ e $Y - \varphi(X) < 0$, tem-se que a função $(Y - \varphi)$ é crescente, isto é, nessa região a distância (contada verticalmente) entre a curva de uma solução $Y(X)$ e a reta $Y(X) = k - \beta X/\gamma$ diminui quando X aumenta. Também, na região em que $X > 0$ e $Y < U$ (isto é, abaixo dos gráficos de $Y = fe^{-X}$ e de $\bar{Y}(X)$), tem-se obviamente $Y'(X) < 0$. Para compreender melhor o comportamento da curva solução $Y = Y(X)$, calculemos o sinal de sua derivada segunda:

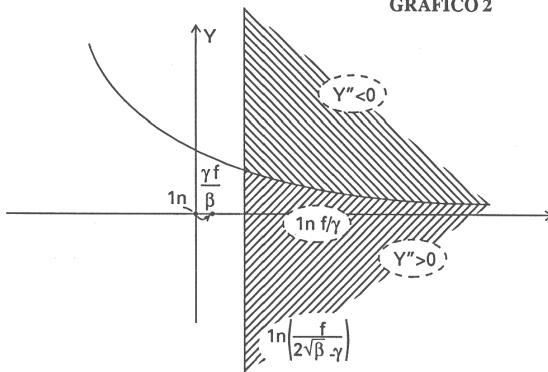
$$Y''(X) = \frac{(fe^{-X} - Y)(\beta + \gamma Y') + (-k + \beta X + \gamma Y)(fe^{-X} + Y')}{(fe^{-X} - Y)^2}$$

e, portanto,

$$u^3 Y''(X) = Z^2 + (fe^{-X} + \gamma) uZ + \beta u^2$$

em que $u = (fe^{-X} - Y)$ e $Z = -k + \beta X + \gamma Y$.

GRÁFICO 2



O discriminante desse trinômio do segundo grau em Z vale:

$$\Delta = u^2 (fe^{-x} + \gamma)^2 - 4\beta u^2 = u^2 (fe^{-x} + \gamma + 2\sqrt{\beta}) (fe^{-x} + \gamma - 2\sqrt{\beta}).$$

É evidente que $\Delta < 0$ se, e somente se, $fe^{-x} + \gamma < 2\sqrt{\beta}$ isto é, $\Delta < 0$ se, e somente se,

$$X > \ln\left(\frac{f}{2\sqrt{\beta} - \gamma}\right)$$

Por outro lado, não existe solução $Y=Y(X)$ com assíntota vertical. Com efeito, suponhamos que exista X_0 real e uma solução $Y(X)$, tal que $\lim_{X \rightarrow X_0} Y = \pm \infty$. Isso não é possível, pois, se fosse verdade, teríamos

$$\lim_{X \rightarrow X_0} Y'(X) = \lim_{X \rightarrow X_0} \left[\frac{-k}{fe^{-X} - Y} + \frac{\beta X}{fe^{-X} - Y} + \frac{\beta Y}{fe^{-X} - Y} \right] = -\gamma$$

e a assíntota não seria vertical.

Conclui-se daí que as soluções $Y=Y(X)$ cortam necessariamente a reta vertical de equação $X = \ln\left(\frac{f}{2\sqrt{\beta} - \gamma}\right)$ e, portanto, tais soluções, na região $\{X > 0, Y - \varphi(X) < 0\}$,

cortam a reta de equação $Y = 0$ (aliás, com derivada $Y'(X)$ nula), entrando, a seguir, na região $\{X > 0, Y > 0\}$ em que $Y'(X) > 0$ e $Y''(X) > 0$. É fácil então deduzir que essas soluções terão necessariamente de cortar a curva $X=0$ (com tangente vertical) e, a seguir, sua tangente se torna negativa, não havendo, portanto, trajetória de hiperdeflação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARBOSA, Fernando H., BRANDÃO, Antônio S. P. e Faro, Clovis. "Reforma fiscal e estabilização: a experiência brasileira". In F.H. BARBOSA, R. DORNBUSCH e M.H. SIMONSEN, orgs. *Estabilização e Crescimento Econômico na América Latina*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1991.
- BARBOSA, Fernando H. "As origens e consequências da inflação na América Latina". *Pesquisa e Planejamento Econômico* 119, dez., 1989, pp. 505-24.
- BRUNO, M. "Econometrics and the design of economic reform". *Econometrica* 157, 1989, pp. 275-306.
- BUITER, Willem. "A fiscal theory of hyperinflation: some surprising monetarist arithmetic". *Oxford Economic Papers* 139, março 1987, pp. 111-18.
- CAGAN, Phillip. "The monetary dynamics of hyperinflation". In Milton Friedman, ed. *Studies in the Quantity Theory of Money*. Chicago: University of Chicago Press, 1956.
- CAVALLO, Domingo. "Comments on indexation and stability from an observer of the Argentinean economy". In Rudiger Dornbusch e Mário Henrique Simonsen, eds. *Inflation, Debt and Indexation*. Cambridge: The MIT Press, 1983.
- CYSNE, Rubens P. "Contabilidade com juros reais", *Ensaio Econômicos da EPGE*, n° 1140, 1989.
- EVANS, J.L. e G.K. YARROW. "Some implications of alternative expectations hypotheses in the monetary analysis of hyperinflation". *Oxford Economic Papers* 133 (março 1981), págs. 61-80.
- KALECKI, Michal. "A model of hyperinflation". *The Manchester School of Economic and Social Studies* 130 (1962):. 275-81.

- KIGUEL, Miguel A. "Budget deficits, stability, and the monetary dynamics of hyperinflation". *Journal of Money, Credit and Banking* 121, maio 1989: 148-57.
- MARSDEN, Jerrold E. e McCracken, Marjorie. *The Hopf Bifurcation and its Applications*. Nova York: Springer-Verlag, 1976.
- SACHS, Jeffrey. "The Bolivian hyperinflation and stabilization". *American Economic Review Papers and Proceedings* 177, maio 1987: 279-83.
- SARGENT, Thomas J. "The end of four big inflation". In Robert Hall, ed. *Inflation, causes and effects*. Chicago: University of Chicago Press, 1982.
- YEARGER, Leland B. *Experiences with Stopping Inflation*. Washington: American Enterprise Institute, 1981.

